CURRICULUM VITAE DI MARIA MANFREDINI

Curriculum accademico

Posizione attuale: da settembre 2019 sono Professore Associato di Analisi Matematica presso l'Università degli Studi di Modena e Reggio Emilia.

- settembre 2014 Professore Associato di Analisi Matematica presso l'Università degli Studi di Bologna.

- Luglio 1995: Ricercatrice nel gruppo Mat/05, presso la Facoltà di Ingegneria dell'Università degli studi di Bologna.

- Giugno 1995: Dottore di Ricerca in Matematica

- Giugno 1990: Laurea in Matematica presso l'Università degli Studi di Modena con la votazione di 100/100 e lode

Attività istituzionali

- da febbraio 2020 referente del Dipartimento FIM per le Pari Opportunità;
- da aprile 2022 facente parte della Commissione Paritetica del Dipartimento FIM.

Principali interessi di ricerca

La mia attività di ricerca si è svolta principalmente nello studio di equazioni differenziali alle derivate parziali del secondo ordine di tipo degenere, lineari e non lineari. Più precisamente ha riguardato lo studio di equazioni che si possono scrivere come somma di quadrati di campi vettoriali, problemi di regolarità delle soluzioni e problemi di teoria geometrica della misura in strutture Riemanniane e sub-Riemanniane.

Esiste una ricca letteratura per operatori definiti tramite campi regolari, mentre non esiste una teoria generale per campi non lineari o non regolari. Una parte cospicua della mia attività di ricerca recente è quindi stata dedicata a sviluppare una teoria per questo tipo di operatori.

Elenco delle pubblicazioni

Stime asintotiche per equazioni variazionali.

[1] M. Manfredini, *Asymptotic behavior of solutions of variational equations*, Rend. Circ. Mat. Palermo, II. Ser. 41, No.3, (1992) 441-465.

[2] G. Leoni, M. Manfredini, P. Pucci, *Stability properties for solutions of general Euler-Lagrange systems*, Differ. Integral Equ. 5, No.3, (1993) 537-552.

Equazioni di tipo Kolmogorov

[3] M. Bramanti, M. C. Cerutti, M. Manfredini, *L^p estimates for some ultraparabolic operators with discontinuous coefficients*, J. Math. Anal. Appl. 200, No.2, (1996) 332-354.

[4] M. Manfredini, *The Dirichlet problem for a class of ultraparabolic equation*, Adv. Diff. eq., 2, (1997) 831-866.

[5] M. Manfredini, S. Polidoro, *Interior regularity for weak solutions of ultraparabolic equations in divergence form with discontinuous coefficients*, Boll. Unione Mat. Ital., Sez. B, Artic. Ric. Mat. (8) 1, No.3, (1998) 651-675.

Teoria della misura in gruppi di Lie.

[6] G. Citti, M. Manfredini, *Blow-Up in Non-Homogeneous Lie Groups and Rectifiability*, Houston Journal of Mathematics, 31, No. 2, (2005) 333-353.

[7] G. Citti, M. Manfredini, *Implicit function theorem in Carnot-Carathéodory spaces*, Commun. Contemp. Math. 8 no. 5, (2006) 657-680.

Stime a priori per equazioni di tipo degenere.

[8] M. Manfredini, *Compact embedding theorems for generalized Sobolev spaces*, Atti Accad. Naz. Lincei, Cl. Sci. Fis. Mat. Nat., IX. Ser., Rend. Lincei, Mat. Appl. 4, No.4, (1993) 251-263.

[9] M. Manfredini, A. Pascucci, *A priori estimates for quasilinear degenerate parabolic equations*, Proceedings of the American Mathematical Society, 131 (2003) 1115-1120

[10] G. Citti, M. Manfredini, *Uniform estimates of the fundamental solution for a family of hypoelliptic operators*, Potential Anal., 25, (2)(2006) 147-164.

[11] M. Manfredini, *Uniform Schauder estimates for regularized hypoelliptic equations*, Ann. Mat. Pura ed Applicata, 188, (2009) 417-428.

Moto per curvatura Riemanniano.

[12] G. Citti, M. Manfredini, *Long time behavior of Riemannian mean curvature flow*, Journal of Mathematical Analysis and Applications, 273, (2002) 353-369.

[13] G. Citti, M. Manfredini, *A degenerate parabolic equation arising in image processing*, Communication on Applied Analysis, 8, 1, (2004) 125-141.

Il funzionale di Mumford-Shah.

[14] A. Sarti, G. Citti, M. Manfredini, *From neural oscillations to variational problems in the visual cortex*, Journal of Physiology Paris, vol. 97, n.2-3, (2003) 379-385.

[15] G. Citti, M. Manfredini, A. Sarti, *Neuronal oscillation in the visual cortex: Gamma-convergence to the Riemannian Mumford-Shah functional*, SIAM Journal Mathematical Analysis, vol. 36, n.6, (2004) 1394-1419.

[16] G. Citti, M. Manfredini, A. Sarti, *Finite difference approximation of the Mumford and Shah functional in a contact manifold of the Heisenberg space*, Commun. Pure Appl. Anal. 9, no. 4,(2010) 905-927.

Equazioni di curvatura media nel gruppo di Heisenberg.

[17] L. Capogna, G. Citti, M. Manfredini, *Regularity of minimal surfaces in the one-dimensional Heisenberg group*, Bruno Pini Mathematical Analysis Seminar, University of Bologna Department of Mathematics: Academic Year 2006/2007 (Italian), 147-162, Tecnoprint, Bologna, 2008.

[18] L. Capogna, G. Citti, M. Manfredini, *Smoothness of Lipschitz minimal intrinsic graphs in Heisenberg groups* $\mathbb{H}^n$, $n > 1$, J. Reine Angew. Math. 648, (2010) 75-110.

[19] L. Capogna, G. Citti, M. Manfredini, *Regularity of non-characteristic minimal graphs in the Heisenberg group* $\mathbb{H}^1$, Indiana Univ. Math. J. 58, no. 5, (2009) 2115-2160.

[20] L. Capogna, G. Citti, M. Manfredini, *Uniform Gaussian bounds for subelliptic heat kernels and an application to the total variation flow of graphs over Carnot groups*, Anal. Geom. Metr. Spaces 1 (2013), 255-275.

Campi vettoriali con coefficienti poco regolari.

[21] M. Manfredini, *Step-two nonsmooth vector fields: the Poincaré inequality and the fundamental solution of the associated operator*, Bruno Pini Mathematical Analysis Seminar, University of Bologna Department of Mathematics: Academic Year 2008/2009 (Italian), 111-123, Tecnoprint, Bologna, 2009.

[22] M. Manfredini, *A note on the Poincaré inequality for Lipschitz vector fields of step two*, Proc. Amer. Math. Soc. 138, no. 2, (2010) 567-575.

[23] M. Manfredini, *Fundamental solutions for sum of square vector fields operators with $C^{1,\alpha}$ coefficients*, Forum Mathematicum 24, Issue 5, (2012) 973-1011.

[24] G. Citti, M. Manfredini, A. Pinamonti, F. Serra Cassano, *Smooth approximation for intrinsic Lipschitz functions in the Heisenberg group*, Calc. Var. Partial Differential Equations 49 (2014), no. 3-4, 1279-1308.

[25] L. Capogna, G. Citti, M. Manfredini, Uniform Gaussian Bounds for Subelliptic Heat Kernels and an Application to the Total Variation Flow of Graphs over Carnot Groups. ANALYSIS AND GEOMETRY IN METRIC SPACES, vol. 1, (2013), p. 255 -275.

[26] L. Capogna, G. Citti, M. Manfredini, Regularity of mean curvature flow of graphs on Lie groups free up to step 2. NONLINEAR ANALYSIS, vol. 126, (2015), p. 437-450.

[27] Bonfiglioli A., Citti G., Cupini G., Manfredini M., Montanari A., Morbidelli D., Pascucci A., Uguzzoni F., Polidoro S. The Role of Fundamental Solution in Potential and Regularity Theory for Subelliptic PDE. In: Geometric Methods in PDE. SPRINGER INDAM SERIES, vol. 13, p. 341-373, Springer, (2015).

[28] G. Citti, M. Manfredini, A. Pinamonti, F. Serra Cassano, Poincarétype inequality for Lipschitz continuous vector fields in the Heisenberg group, JOURNAL DE MATHMATIQUES PURES ET APPLIQUES, vol. 103, (2016), p. 265-292,

[29] M. Bramanti, L. Brandolini, M. Manfredini, M. Pedroni, Fundamental solutions and local solvability for nonsmooth Hormander's operators,Mem. Amer. Math. Soc. 249 (2017), no. 1182, v + 79 pp.

Lavori recenti.

[30] M. Manfredini, *Intrinsic fractional Taylor formula* , Bruno Pini Mathematical Analysis Seminar, 12(1), (2021). 1–14.

[31] M. Manfredini, M. Piccinini, S. Polidoro , *The Dirichlet problem for a family of totally degenerate differential operators*, in attesa di revisione.

[32] M. Manfredini, M. Piccinini, S. Polidoro, G. Palatucci, *Hölder continuity and boundedness estimates for nonlinear fractional equations in the Heisenberg group*, accettato per la pubblicazione.

[33] G. Citti, M. Manfredini, Y. Sire *Hölder regularity for weak solutions of Hörmander type operators*, preprint.

Attività didattica recente

A.A. 2011/2012: Titolare del Corso di Analisi Matematica L-B del corso di Laurea di Ingegneria Gestionale (L-Z) (6 crediti formativi, 60 ore di lezione).

A.A. 2012/2013: - Titolare del Corso di Analisi 1 del corso di Laurea di Ingegneria Edile-Architettura (6 crediti formativi, 80 ore di lezione).

- Modulo di 30 ore su 60 per il Corso di Analisi Matematica L-B del corso di Laurea di Ingegneria Gestionale (L-Z) (30 ore di lezione).

A.A. 2013/2014: - Titolare del Corso di Analisi 2 del corso di Laurea di Ingegneria Edile-Architettura (6 crediti formativi, 60 ore di lezione).

- Modulo di 45 ore su 90 per il Corso di Analisi Matematica T-2 del corso di Laurea di Ingegneria Edile (sede di Ravenna) (45 ore di lezione).

A.A. 2014/2015:

- Titolare del Corso di Analisi Matematica T-1 del corso di Laurea di Ingegneria Edile (Campus di Ravenna) (9 crediti formativi, 90 ore di lezione).
- Titolare di un Modulo di 45 ore su 90 per il Corso di Analisi Matematica T-2 del corso di Laurea di Ingegneria Edile (Campus di Ravenna) (45 ore di lezione).

A.A. 2015/2016:

- Titolare del Corso di Analisi Matematica T-1 del corso di Laurea di Ingegneria Edile (Campus di Ravenna) (9 crediti formativi, 90 ore di lezione).

- Modulo di 30 ore su 90 per il Corso di Analisi Matematica T-2 del corso di Laurea di Ingegneria Laurea in Ingegneria dell'automazione e di Laurea in Ingegneria dell'energia elettrica

A.A. 2016/2017:

- Titolare del Corso di Analisi Matematica T-1 del corso di Laurea di Ingegneria Edile (Campus di Ravenna) (9 crediti formativi, 90 ore di lezione).

- Titolare del Corso di Analisi Matematica T-B del corso di Laurea di Ingegneria Gestionale (6 crediti formativi, 60 ore di lezione).

A.A. 2017/2018:

- Titolare del Corso di Analisi Matematica T-1 del corso di Laurea di Ingegneria Edile (Campus di Ravenna) (9 crediti formativi, 90 ore di lezione).

- Titolare del Corso di Analisi Matematica T-B del corso di Laurea di Ingegneria Gestionale (6 crediti formativi, 60 ore di lezione).

- Titolare dell'Insegnamento "'Partial Differential Equations" per il Corso del Dottorato di Matematica di Bologna, XXXIII ciclo, (30 ore di lezione frontali).

A.A. 2018/2019:

- Titolare del Corso di Analisi Matematica T-2 del corso di Laurea di Ingegneria Edile (Campus di Ravenna) (9 crediti formativi, 90 ore di lezione).

- Titolare del Corso di Analisi Matematica T-B del corso di Laurea di Ingegneria Gestionale (6 crediti formativi, 60 ore di lezione).

- Ciclo di lezioni "Partial Differential Equations" per il Corso del Dottorato di Matematica di Unimore (18 ore)

- Titolare del Corso di Analisi Matematica I del corso di Laurea di Ingegneria Informatica Unimore (9 crediti formativi, 81 ore di lezione).

A.A. 2019/2020:

- Titolare del Corso di Analisi Matematica I del corso di Laurea di Ingegneria Informatica (9 crediti formativi, 81 ore di lezione).

- Titolare del corso di Complementi di analisi matematica di Fisica e del corso di Analisi matematica B di Matematica (6 crediti formativi, 48 ore di lezione).

- Modulo di 54 ore su 81 del corso di Analisi Matematica II per Ingegneria del Veicolo

- Ciclo di lezioni per il corso "Hypoelliptic Partial Differential Equations" per il Corso del Dottorato di Matematica (18 ore)

A.A. 2020/2021:

- Titolare del Corso di Analisi Matematica I del corso di Laurea di Ingegneria Informatica (9 crediti formativi, 81 ore di lezione).

- Titolare del corso di Complementi di analisi matematica di Fisica e del corso di Analisi matematica B di Matematica, laurea triennale (6 crediti formativi, 48 ore di lezione).

- Modulo di 40 ore su 90 per corso di Analisi Matematica II Accademia Militare di Modena

-Modulo di 18 ore su 36 per il corso di Equazioni alle derivate parziali, laurea Magistrale di Matematica

- Ciclo di lezioni per il corso "Hypoelliptic Partial Differential Equations" per il Corso del Dottorato di Matematica (18 ore)

A.A. 2021/2022:

- Titolare del Corso di Analisi Matematica I del corso di Laurea di Ingegneria Informatica (9 crediti formativi, 81 ore di lezione).

- Titolare del corso di Complementi di analisi matematica di Fisica e del corso di Analisi matematica B di Matematica, laurea triennale (6 crediti formativi, 48 ore di lezione).

- Modulo di 27 ore su 81 del corso di Analisi Matematica II per Ingegneria del Veicolo

- Modulo di 50 ore su 90 per corso di Matematica II Accademia Militare di Modena

- Ciclo di lezioni per il corso "Hypoelliptic Partial Differential Equations" per il Corso del Dottorato di Matematica (18 ore)

A.A. 2022/2023:

- Titolare del Corso di Analisi Matematica I del corso di Laurea di Ingegneria Informatica (9 crediti formativi, 81 ore di lezione).

- Titolare del corso di Complementi di analisi matematica di Fisica e del corso di Analisi matematica B di Matematica, laurea triennale (6 crediti formativi, 48 ore di lezione).

- Modulo di 27 ore su 81 del corso di Analisi Matematica II per Ingegneria del Veicolo

- Modulo di 50 ore su 90 per corso di Matematica II Accademia Militare di Modena

- Ciclo di lezioni per il corso "Hypoelliptic Partial Differential Equations" per il Corso del Dottorato di Matematica (18 ore)

- Modulo di 18 ore su 36 per il corso di Equazioni alle derivate parziali, laurea Magistrale di Matematica

Breve descrizione delle pubblicazioni più recenti

I principali risultati che ho ottenuto riguardano equazioni differenziali non lineari di tipo Hörmander, e in particolare equazioni di curvatura media. Ho quindi studiato:

(i) proprietà di superfici regolari o rettificabili in gruppi;

(ii) proprietà di soluzioni fondamentali di operatori di tipo Hörmander pensati come limiti di operatori ellittici oppure di operatori a coefficienti poco regolari;

(iii) proprietà asintotiche di soluzioni del moto per curvatura Riemanniano;

(iv) regolarità delle superfici minime, e limite di superfici minime Riemanniane;

(v) minimi del funzionale di Mumford-Shah in questo setting (il problema è strettamente connesso ai precedenti poichè gli insiemi di discontinutà dei minimi del funzionale sono superfici minime).

Questi risultati intervengono in modelli di corteccia visiva primaria. Infatti la corteccia è stata modellata da Petitot e Tondut nel gruppo SE(2) dei moti rigidi del piano. In questo setting le superfici minime modellano superfici soggettive, mentre le equazioni differenziali descrivono la propagazione neurale del segnale visivo.

(i) *Superfici in gruppi di Lie non omogenei.*

Le strutture modello per sviluppare la teoria degli operatori di Hörmander in $\mathbb{R}^n$

$$L = \sum_{i=1}^{m} X_i^2 \quad 1 \leq m \leq n \tag{1}$$

sono i gruppi di Lie, in particolare la teoria si semplifica nel caso di gruppi omogenei, detti di Carnot, per i quali sono definite dilatazioni naturali compatibili con la legge di gruppo. La nozione di superficie regolare intrinseca è stata introdotta nei gruppi di Carnot solo nel 2001 da Franchi, Serapioni e Serra Cassano. Una superficie regolare è l'insieme degli zeri di una funzione il cui gradiente intrinseco è non nullo. Esiste un'ampia letteratura, sempre degli stessi autori, riguardo lo studio di superfici in gruppi omogenei. Nel lavoro [6] si prova un risultato di rettificabilità per superfici in ambienti non omogenei, introducendo una nozione di frontiera ridotta analoga a quella di De Giorgi per il caso euclideo, e di Franchi, Serapioni, Serra Cassano per i gruppi omogenei. La principale difficoltà è dovuta al fatto che nei gruppi non omogenei non sono definite dilatazioni naturali, e quindi è stato necessario introdurre preliminarmente delle dilatazioni approssimanti, che permettono di effettuare un procedimento di blow- up, e quindi introdurre le nozioni di piani tangenti e di rettificabilità in senso intrinseco. Il risultato principale del lavoro garantisce che la frontiera ridotta (intrinseca) di un insieme di Cacciopoli nel senso del gruppo è rettificabile. Nel lavoro [7], per superfici di classe C^1 in senso intrinseco, è stato provato un teorema della funzione implicita. Il nostro risultato è contemporaneo, ma più generale di quello di Ambrosio, Serra Cassano e Vittone nel gruppo di Heisenberg. La funzione implicita u risulta differenziabile rispetto ad una famiglia di opportuni campi non lineari

$$X_{i,u} = \sum_{j=1}^{n} a_{ij}(u)\partial_{x_j}. \tag{2}$$

(ii) *Stime e costruzione di soluzioni fondamentali.*

È ben noto che operatori lineari di tipo (1) hanno una soluzione fondamentale Γ, si veda l'articolo di Rothschild e Stein del 1977. D'altra parte operatori degeneri del tipo (1) si possono formalmente pensare come limite per $\epsilon \to 0$ di operatori di regolarizzazione Riemanniana dipendenti da un parametro ϵ:

$$L_\epsilon = L + \epsilon\,\Delta,$$

dove Δ è l'operatore di Laplace in $\mathbb{R}^n$. Nel lavoro [10] forniamo stime a priori uniformi in ϵ della soluzione fondamentale Γ_ϵ di L_ϵ, e proviamo che Γ è limite di Γ_ϵ per $\epsilon \to 0$. La prova di tali stime si basa su un procedimento di lifting diverso da quello classico di Rothschild e Stein e consiste nel liftare gli operatori L_ϵ ad un operatore indipendente da ϵ, la cui soluzione fondamentale fornisce le stime cercate per le soluzioni fondamentali degli operatori L_ϵ. Mediante questa tecnica in [11] sono state ottenute stime a priori uniformi di tipo Schauder per soluzioni del problema $L_\epsilon u = f$. In questo contesto si collocano anche le stime delle soluzioni di un'ampia classe di equazioni paraboliche quasilineari dimostrate nel lavoro [9].

Gli operatori studiati in questi lavori sono espressi in termini di campi C^∞. Tuttavia, nello studio di equazioni quasilineari, i campi dipendono dalla soluzione, e non è in generale possibile supporre che siano regolari e nemmeno pensarli semplicemente come perturbazione di operatori lineari noti. Una teoria assiomatica per campi non regolari di questo tipo viene presentata da Sawyer e Wheeden, ma non si può applicare a campi di tipo (2). Nel lavoro [23] vengono considerati campi non lineari del tipo (2) con u lipschitziana in senso intrinseco, viene costruita una soluzione fondamentale locale mediante il metodo della parametrice di Levi e vengono fornite stime delle sue derivate.

In [29] ho considerano operatori somma di quadrati di campi vettoriali di tipo Hörmander non regolari e di step r. In questo articolo viene costruita una soluzione fondamentale di tipo locale e vengono fornite stime delle sue derivate fino all'ordine due. Questo consente di dimostrare stime a priori di tipo Schauder e affrontare lo studio della risolubilità locale.

Come parametrice è stata usata la soluzione fondamentale dell'operatore ottenuto congelando i coefficienti dei campi mediante uno sviluppo di Taylor (intrinseco) del primo ordine dei coefficienti.

Come è noto la disuguaglianza di Poincaré è uno strumento essenziale nel metodo iterativo di Moser che prova la regolarità Hölderiana delle soluzioni. Per campi regolari è stata provata da Jerison. Per campi non regolari e di tipo diagonale è stata dimostrata da Franchi e Lanconelli. Più recentemente, Lanconelli e Morbidelli dimostrano la Poincaré sotto una condizione delle sfere della metrica indotta. Sviluppando tale metodo Montanari e Morbidelli provano la disuguaglianza di Poincaré assumendo la condizione che i campi e i loro commutatori di ordine due siano lipschitziani e generino tutto lo spazio. Tuttavia, in molte situazioni questo tipo di regolarità non è soddisfatta. Ad esempio non lo è per i campi vettoriali (2) che intervengono nello studio delle superfici minime in Heisenberg i quali hanno coefficienti solo lipschitziani oppure per i campi considerati da Rios, Sawyer e Wheeden. Lo scopo del lavoro [22] è quello di colmare questa lacuna provando una disuguaglianza di Poincaré per campi con coefficienti solo lipschitziani.

Sempre in questo ambito, nel lavoro [24] viene dimostrato che le funzioni lipschitziane (in senso intrinseco) possono essere approssimate, assieme ai loro gradienti, da funzioni regolari. La prova consiste nel fornire un'approssimazione regolare del perimetro finito di un insieme la cui frontiera è il grafico intrinseco della funzione che si vuole approssimare.

(iii) *Stime asintotiche per il moto per curvatura Riemanniano.*

Il moto di una superficie in cui ogni punto si muove in direzione normale con velocità pari alla curvatura si dice moto per curvatura. Nei contesti Euclideo e Riemanniano il problema è stato ampiamente studiato, principalmente da Ecker e Huisken. È ben noto che soluzioni del moto per curvatura Riemanniano con dato al bordo fissato tendono alla soluzione dell'equazione delle superfici minime con il medesimo dato. In particolare se il dato al bordo è nullo, la soluzione tende a zero. Nel lavoro [12] proviamo che la soluzione, opportunamente normalizzata, tende invece al primo autovettore di un operatore del tipo Laplace-Beltrami, ovvero del tipo (1) con $n = m$. Il risultato ha interesse per le applicazioni all'elaborazione di immagini e alla stabilità. Un'altra equazione differenziale che descrive un flusso geometrico di fronti, e si presenta in elaborazione di immagini, viene studiata in [13]. La principale difficoltà è dovuta al fatto che l'equazione è non locale, e la prova dell'esistenza e della stabilità delle soluzioni viene ottenuta con una tecnica di viscosità.

(iv) *Equazioni di curvatura media nel gruppo di Heisenberg: campi non lineari.*

L'equazione di curvatura media prescritta nel gruppo di Heisenberg $\mathbb{H}^n$ si presenta formalmente come l'analoga equazione Riemanniana, in termini di campi non lineari del tipo (2)

$$\sum_{i=1}^{2n-1} X_{i,u}\left(\frac{X_{i,u}u}{\sqrt{1+|\nabla_{X,u}u|^2}}\right) = f, \quad x \in \Omega \subset \mathbb{R}^{2n} \tag{3}$$

dove $\nabla_{X,u} = (X_{1,u}, \ldots, X_{2n-1,u})$. Una superficie regolare si dice minima se verifica l'equazione con $f \equiv 0$. Per questo problema pensato come punti critici del funzionale perimetro, Garofalo e Nhieu provano la regolarità negli spazi a variazione limitata e Pauls dimostra la regolarità negli spazi di Sobolev. Successivamente, nel caso $n > 1$, Cheng, Hwang e Yang provano che le soluzioni C^1 deboli di (3) sono di classe C^2, mentre nel caso $n = 1$, Ritoré fornisce esempi di superfici minime non regolari. Infine, per quanto riguarda la regolarità bassa, Bigolin e Serra Cassano dimostrano la lipschitzianità delle soluzioni. Era invece completamente aperto il problema della regolarità alta. Nei lavori [18] e [19] (allegati alla domanda) richiediamo come ipotesi la lipschitzianità delle soluzioni e proviamo che sono infinitamente differenziabili in senso intrinseco. Più precisamente, in [18], nel caso $n > 1$, dimostriamo che le soluzioni viscose lipschitziane dell'equazione di curvatura sono di classe C^∞, mentre, in [19], nel caso $n = 1$, proviamo che sono C^∞ in senso intrinseco. Il comportamento è pertanto radicalmente diverso nei due casi. Infatti, se $n > 1$ vale una condizione debole di Hörmander, l'algebra di Lie generata dai campi e dai loro commutatori del primo ordine coincide con con l'intero spazio in ogni punto, mentre se $n = 1$ tale condizione è violata. La prova sfrutta in modo essenziale la possibilità di approssimare l'operatore di curvatura sub-Riemanniana con l'analogo operatore Riemanniano, e i risultati di approssimazione del paragrafo (ii) che permettono di rappresentare la soluzione fondamentale di un operatore somma di quadrati, come limite di soluzione fondamentale di operatori Riemanniani.

Nel lavoro [20] viene studiata un'equazione di evoluzione di fronti in un gruppo di step s che differisce dal moto per curvatura perchè è variazionale, il cosiddetto total variation:

$$\partial_t u = \sum_{i=1}^{m} X_i \left(\frac{X_i u}{\sqrt{1 + |\nabla_X u|^2}} \right) \quad \text{in} \quad \mathbb{R}^n \times [0, +\infty[. \tag{4}$$

Viene stabilito un risultato di esistenza per tutti i tempi di una soluzione regolare dell'equazione su un aperto limitato convesso e con dato al bordo assegnato. Inoltre si prova che la soluzione tende per $t \to +\infty$ alla soluzione del problema delle superfici minime.

(v) *Minimi del funzionale di Mumford-Shah.*

Le superfici minime si possono determinare anche come insieme di discontinuità dei minimi del funzionale di Mumford-Shah nell'ambito Riemanniano e sub-Riemanniano. In [15] il problema dell'esistenza di minimi viene affrontato con strumenti di Gamma convergenza e viene dimostrato un risultato di convergenza di una famiglia di funzionali discreti al funzionale di Mumford-Shah, in uno spazio Riemanniano. Il lavoro generalizza a questo setting la prova di una congettura di De Giorgi nel caso euclideo. Successivamente, in [16] viene affrontato lo studio del funzionale di Mumford-Shah nella metrica sub-Riemaniana che modella la corteccia visiva.

Modena, 26 settembre 2022

In fede
Maria Manfredini